

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

Кафедра информатики и вычислительной математики

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

**Численные методы решения дифференциальных и
интегральных уравнений**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование

(с двумя профилями подготовки)

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Математика; Информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

очно-заочная/заочная

Год начала подготовки – 2025 г.

Карачаевск, 2025

Составитель: ст. преп. кафедры Урусова А. С.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 г. № 125 с изменениями и дополнениями от 26.11.2020 г., №1456, 8.02.2021 г., №83, основной профессиональной образовательной программой высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки); локальными актами КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры информатики и вычислительной математики на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 25.04.2025г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля).....	4
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы	4
Изучение дисциплины «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений» необходимо для успешного освоения дисциплин профессионального цикла и практик	4
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся.....	5
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	6
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	6
6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы.....	10
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	12
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций	12
7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания.....	14
7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	14
7.3.1. Перечень вопросов для зачета/экзамена	14
7.3.2. Типовые контрольные работы.....	15
8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля).....	18
8.1. Основная литература:.....	18
8.2. Дополнительная литература:	18
9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)	19
9.1. Общесистемные требования.....	19
9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	19
9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения	20
9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы	20
10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья	21
11. Лист регистрации изменений	22

1. Наименование дисциплины (модуля)

Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений

Целью изучения дисциплины является усвоение основных численных методов, особенностей областей применения и методик использования их как готового инструмента практической работы при проектировании разработке систем, математической обработке данных экономических и других задач, построении алгоритмов и организации вычислительных процессов на ПК. В курсе изучаются основные сведения о классических численных методах решения различных прикладных задач.

Для достижения цели ставятся задачи:

- освоения данной дисциплины является подготовка к работе с вычислительной техникой;
- умение применять математические методы, физические законы и вычислительную технику для решения практических задач;
- ориентироваться в современном прикладном программном обеспечении ЭВМ.

Цели и задачи дисциплины определены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, направленность (профиль): «Математика; Информатика»

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.В.ДВ.01.01 “Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений” относится к блоку – «Блок 1.Дисциплины (модули)», к вариативной части, дисциплин по выбору, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина (модуль) изучается на 5 курсе в 9 семестре на очной форме обучения и на 4 курсе в 8 семестре на очно-заочной форме обучения, на 6 курсе в зимней сессия на заочной форме обучения.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП	
Индекс	Б1.В.ДВ.01.01
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Для освоения дисциплины «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений» студенты используют знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин: «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия» «Численные методы», «Дифференциальные уравнения»	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Изучение дисциплины «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений» необходимо для успешного освоения дисциплин профессионального цикла и практик	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

В результате освоения ОПОП магистратуры обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине (модулю):

Код компетен	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/	Индикаторы достижения компетенций
--------------	--	-----------------------------------

ций	ОПВО	
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p>ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО</p> <p>ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные</p>
ПК-3	Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	<p>ПК-3.1. Знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)</p> <p>ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности</p> <p>ПК-3.3. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)</p>

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений» составляет 2 ЗЕТ, 72 академических часов.

Объем дисциплины	Всего часов		
		для очно-заочной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	72		
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)			
Аудиторная работа (всего):		32	6
в том числе:			
лекции		16	2
семинары, практические занятия		16	4
практикумы			-
лабораторные работы			-

Внеаудиторная работа:			
консультация перед зачетом			
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.			
Самостоятельная работа обучающихся (всего)		40	62
Контроль самостоятельной работы		-	4
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)		Зачёт на 4 курсе (8 семестр)	Зачёт на 6 курсе (зимняя сессия)

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очно-заочной формы обучения

№ п/п	Курс/семестр	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				
				всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
					Лек	Прак.	Лаб.	
Раздел 1. Общие сведения и классификация уравнений в частных производных			6	2	2	-	2	
1.	5/9	Тема: Общие сведения и классификация уравнений в частных производных Содержание: Определение. Примеры уравнений с частными производными. Методы решения уравнений с частными производными. Методы классификации уравнений в частных производных.	6	2	2	-	2	
Раздел 2. Численные методы решения эллиптических уравнений			4	-	2	-	2	
2.	5/9	Тема: Численные методы решения эллиптических уравнений	4	-	2	-	2	

		<i>Содержание:</i> Решение задачи Дирихле уравнения Лапласа. Конечно-разностная частная производная. Конечно-разностная аппроксимация на частные производные.					
Раздел 3. Явные разностные схемы уравнений параболического и эллиптического типов			6	2	2	-	2
3.	5/9	Тема: Явные разностные схемы уравнений параболического и эллиптического типов <i>Содержание:</i> Прямоугольная сетка. Алгоритм вычислений по явной схеме. Примеры решения задач в пакете Mathcad.	6	2	2	-	2
Раздел 4. Неявная разностная схема для уравнения параболического типа			6	2	2	-	2
4.	5/9	Тема: Неявная разностная схема для уравнения параболического типа <i>Содержание:</i> неявно- разностная схема. Схема Кранка-Никольсона.	6	2	2	-	2
Раздел 5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)			10	2	4	-	4
5.	5/9	Тема: Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) <i>Содержание:</i> Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации, устойчивости, сходимости (основная теорема вычислительной математики).	6	2	2	-	2
6.	5/9	Тема: Численные методы решения задачи Коши обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) <i>Содержание:</i> Простейшие численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге–Кутты решения ОДУ.	4	-	2	-	2
Раздел 6. Методы приближённого решения краевых задач для ОДУ. Постановка задачи. Классификация приближённых методов			20	2	6	-	12
7.	5/9	Тема: Краевая задача <i>Содержание:</i> Линейная краевая задача. Смешанная краевая задача. Классификация приближённых методов.	8	2	2	-	4
8.	5/9	Тема: Методы сведения краевых задач к начальным. <i>Содержание:</i> Метод пристрелки. Метод редукции. Метод дифференциальной прогонки.	6	-	2	-	4
9.	5/9	Тема: Методы приближённого решения краевых задач для ОДУ <i>Содержание:</i> Метод коллокации. Метод	6	-	2	-	4

		Галёркина. Метод конечных элементов.					
Раздел 7. Численное решение интегральных уравнений. Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях.			28	6	6	-	16
10.	5/9	Тема: Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях <i>Содержание:</i> Понятия интегрального уравнения. Задача Абеля. Метод замены ядра на вырожденное. Квадратурные методы.	8	2	2	-	4
11.	5/9	Тема: Численное решение интегральных уравнений Фредгольма <i>Содержание:</i> Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма. Каркас приближённого решения.	10	2	2	-	6
12.	5/9	Тема: Численное решение интегральных уравнений Вольтерра <i>Содержание:</i> Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра.	10	2	2	-	6
13.	Итого		72	16	16	-	40

Для заочной формы обучения

№ п/п	Курс/сессия	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				
				всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. работа
					Лек	Прак.	Лаб.	
Раздел 1. Общие сведения и классификация уравнений в частных производных			6	2	-	-	4	
14.	6/2	Тема: Общие сведения и классификация уравнений в частных производных <i>Содержание:</i> Определение. Примеры уравнений с частными производными. Методы решения уравнений с частными производными. Методы классификации уравнений в частных производных.	6	-	-	-	6	
Раздел 2. Численные методы решения эллиптических уравнений			4	-	2	-	2	
15.	6/2	Тема: Численные методы решения эллиптических уравнений <i>Содержание:</i> Решение задачи Дирихле уравнения Лапласа. Конечно-разностная частная производная. Конечно-разностная аппроксимация на частные	4	-	2	-	2	

		производные.					
Раздел 3. Явные разностные схемы уравнений параболического и эллиптического типов			6	-	-	-	6
16.	6/2	Тема: Явные разностные схемы уравнений параболического и эллиптического типов <i>Содержание:</i> Прямоугольная сетка. Алгоритм вычислений по явной схеме. Примеры решения задач в пакете Mathcad.	6	-	-	-	6
Раздел 4. Неявная разностная схема для уравнения параболического типа			6	-	2	-	4
17.	6/2	Тема: Неявная разностная схема для уравнения параболического типа <i>Содержание:</i> неявно- разностная схема. Схема Кранка-Никольсона.	6	-	2	-	4
Раздел 5. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ)			10	-	-	-	10
18.	6/2	Тема: Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) <i>Содержание:</i> Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о связи аппроксимации, устойчивости, сходимости (основная теорема вычислительной математики).	6	-	-	-	6
19.	6/2	Тема: Численные методы решения задачи Коши обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) <i>Содержание:</i> Простейшие численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Методы Рунге–Кутты решения ОДУ.	4	-	-	-	4
Раздел 6. Методы приближённого решения краевых задач для ОДУ. Постановка задачи. Классификация приближённых методов			20	-	-	-	20
20.	6/2	Тема: Краевая задача <i>Содержание:</i> Линейная краевая задача. Смешанная краевая задача. Классификация приближённых методов.	8	-	-	-	8
21.	6/2	Тема: Методы сведения краевых задач к начальным. <i>Содержание:</i> Метод пристрелки. Метод редукции. Метод дифференциальной прогонки.	6	-	-	-	6

22.	6/2	Тема: Методы приближённого решения краевых задач для ОДУ <i>Содержание:</i> Метод коллокации. Метод Галёркина. Метод конечных элементов.	6	-	-	-	6
Раздел 7. Численное решение интегральных уравнений. Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях.			16	-	-	-	16
23.	6/2	Тема: Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях <i>Содержание:</i> Понятия интегрального уравнения. Задача Абеля. Метод замены ядра на вырожденное. Квадратурные методы.	4	-	-	-	4
24.	6/2	Тема: Численное решение интегральных уравнений Фредгольма <i>Содержание:</i> Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма. Каркас приближённого решения.	6	-	-	-	6
25.	6/2	Тема: Численное решение интегральных уравнений Вольтерра <i>Содержание:</i> Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра.	6	-	-	-	6
26.	6/2	контроль	4				
27.	Итого		72	2	4	-	62

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лекционные занятия. Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу,

чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Практические занятия. Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению лабораторных и практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

Семинар - форма обучения, имеющая цель углубить и систематизировать изучение наиболее важных и типичных для будущей профессиональной деятельности обучаемых тем и разделов учебной дисциплины. Семинар - метод обучения анализу теоретических и практических проблем, это коллективный поиск путей решений специально созданных проблемных ситуаций. Для студентов главная задача состоит в том, чтобы усвоить содержание учебного материала темы, которая выносится на обсуждение, подготовиться к выступлению и дискуссии. Семинар - активный метод обучения, в применении которого должна преобладать продуктивная деятельность студентов. Он должен развивать и закреплять у студентов навыки самостоятельной работы, умения составлять планы теоретических докладов, их тезисы, готовить развернутые сообщения и выступать с ними перед аудиторией, участвовать в дискуссии и обсуждении.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является

наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических (семинарских, лабораторных) занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	
ПК 1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении	ПК-1.1. В полном объёме знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. В целом знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55% баллов) ПК-1.1. Знает фрагментарно структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)

профессиональных задач	ПК-1.2. В полном объеме умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. В целом умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. Не умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО
	ПК-1.3. В полном объеме демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	ПК-1.3. В целом демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	ПК-1.3. Не демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные
ПК-3: Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов	ПК-3.1. В полном объеме знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.1. Знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.1. В целом знает способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.1. Знает фрагментарно способы интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

	ПК-3.2. В полном объеме умеет использовать образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности	ПК-3.2. Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности	ПК-3.2. В целом умеет использовать образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности	ПК-3.2. Не использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности
	ПК-3.3. В полном объеме владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.3. Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.3. В целом владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)	ПК-3.3. Не владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)

7.2. Перевод бально-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод бально-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о бально-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

Зачетное мероприятие может проходить в форме собеседования или письменного выполнения обучающимися тестовых заданий.

7.3.1. Перечень вопросов для зачета/экзамена

Вопросы к зачёту:

1. Задача Коши. Существование и единственность задачи Коши. Геометрический смысл.
2. Понятие численного решения задачи Коши.
3. Методы решения уравнений с частными производными.
4. Методы классификации уравнений в частных производных.
5. Явные разностные схемы уравнений параболического типа.

6. Явные разностные схемы уравнений эллиптического типа.
7. Неявная разностная схема для уравнения параболического типа
8. Решение уравнений с частными производными методом Монте-Карло
9. Решение систем дифференциальных уравнений первого порядка.
10. Численное решение дифференциальных уравнений высших порядков.
11. Семейство методов Рунге-Кутты. Методы второго порядка.
12. Методы Рунге-Кутты произвольного и четвёртого порядков.
13. Пошаговый контроль точности. Метод Кутты - Мерсона.
14. Многошаговые методы Адамса.
15. Экстраполяционные методы Адамса-Башфорта.
16. Предиктор-корректорные методы Адамса.
17. Метод Милна четвёртого порядка.
18. Общий вид линейных многошаговых методов. Условия согласованности.
19. Методы Адамса - Штёрмера..
20. Общая схема решения задач численного анализа. Аппроксимация.
21. Общая схема решения задач численного анализа - устойчивость, сходимость.
22. Простейшие разностные аппроксимации задачи Коши.
23. Глобальная погрешность метода Эйлера.
24. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.
25. Устойчивость и неустойчивость некоторых простейших разностных схем. Метод Эйлера.
26. Устойчивость и неустойчивость некоторых простейших разностных схем. Неявный метод Эйлера.
27. Устойчивость и неустойчивость некоторых простейших разностных схем. Уточнённый метод Эйлера.
28. Исследование устойчивости многошаговых методов.
29. Жёсткие уравнения и системы.
30. A - и $A^{(\alpha)}$ -устойчивость. Чисто неявные схемы.
31. A - устойчивость неявного двухшагового разностного метода второго порядка.
32. Методы приближённого решения краевых задач для ОДУ. Постановка задачи. Классификация приближённых методов.
33. Методы сведения краевых задач к начальным. Метод пристрелки.
34. Методы сведения краевых задач к начальным. Метод редукции.
35. Методы сведения краевых задач к начальным. Метод дифференциальной прогонки.
36. Метод конечных разностей.
37. Метод коллокации.
38. Метод Галёркина.
39. Метод конечных элементов.
40. Вариационные методы (наименьших квадратов, Ритца).
41. Некоторые общие сведения об интегральных уравнениях.
42. Квадратурный метод решения интегральных уравнений Фредгольма.
43. Квадратурный метод решения интегральных уравнений Вольтерра.

7.3.2. Типовые контрольные работы

Контрольная работа № 1

«Численное решение дифференциальных уравнений первого порядка»

Дано дифференциальное уравнение и начальное условие:

Вариант 1

$$y' = \frac{3x^2 \cos(y^2 - x^3)}{2\sqrt{1+x^3} \cos(1)}, \quad y(0) = 1;$$

Вариант 2

$$y' = \frac{2xe^{-xy}}{(1+x^2)^{1+x}}, \quad y(0) = 0;$$

1. Заполните таблицу

x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
y											

приближёнными значениями решения данной задачи Коши, вычисленными с точностью $\varepsilon = 10^{-8}$ методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага или методом Кутты-Мерсона (указать окончательный расчётный шаг в каждой точке таблицы).

2. Взяв из таблицы п.1 первые четыре значения решения, продолжить вычисления до точки $x=1$ с фиксированным шагом $h=0.1$ методом Милна и предиктор-корректорным методом Адамса четвёртого порядка. Подсчитать главные части получаемых при этом на каждом шаге погрешностей.

Контрольная работа №2

«Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка»

Дана задача Коши:

Вариант 1

$$y'' = \frac{\sqrt{x+y^2}}{4\sqrt{2x^2}}, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 0.5;$$

Вариант 2

$$y'' = \frac{\sqrt{y^2-x}}{2\sqrt{3x^2}}, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 1,$$

На отрезке $[1,2]$ построить таблицу значений её решения $y(x)$ с шагом $h=0.1$ и заданной точностью $\varepsilon = 10^{-6}$, применяя:

а) сведение к системе дифференциальных уравнений первого порядка с последующим численным интегрированием её методом Рунге-Кутты или Кутты-Мерсона;

б) предиктор-корректорные методы Адамса непосредственно к данной задаче.

Указать окончательный расчётный шаг, обеспечивающий заданную точность в каждом случае.

Контрольная работа №3

«Численное решение линейной краевой задачи»

Дана краевая задача:

Вариант 1.

$$y'' - \frac{y'}{x} - \frac{3y}{x^2} = \frac{3}{x^2}, \quad y(0,7) + 0,7y'(0,7) = -1, \quad y(1) = 0;$$

Вариант 2 .

$$y'' + \frac{y'}{x+2} + \frac{(4x+7)y}{4(x+3)^2} = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, \quad y(2) = 2, \quad y(2,3) = 8,6y'(2,3);$$

На промежутке, определяемом данными краевыми условиями:

- с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$ построить каркас решения $y(x)$ на сетке с шагом $h_0=0.1$ конечноразностным методом второго порядка и противопотоковым методом (указать шаг расчётной сетки, при котором обеспечивается эта точность в каждом методе);
- применить методы Галёркина и коллокации с тремя-четырьмя базисными функциями;
- решить краевую задачу путём сведения её к задаче Коши (методом редукции или дифференциальной прогонки).
- Результаты пунктов 2,3 сравнить с результатами пункта 1 (дать сводную таблицу значений приближённых решений на сетке с шагом h_0).

Контрольная работа №4

«Квадратурный метод решения интегральных уравнений»

Для уравнений

$$x(t) = \int_0^2 Q(t,s)x(s)ds + f(t) \quad (1)$$

и

$$\int_1^t K(t,s)x(s)ds = F(t) \quad (2)$$

заданы ядра и свободные члены:

Вариант 1.

$$Q(t,s) = 2 \ln \frac{1+s}{1+t^2}, \quad f(t) = t^2 - t + 1;$$

$$K(t,s) = t + \sqrt{s}, \quad F(t) = 2t\sqrt{t} - t - 1;$$

Вариант 2.

$$Q(t,s) = t + \ln(1+s), \quad f(t) = 1 - \frac{t^2}{t+1};$$

$$K(t,s) = \frac{\sqrt{s-t}}{s}, \quad F(t) = 3t - 2t\sqrt{t} - 1;$$

1. На сетке точек t_i отрезка $[0,2]$ с шагом сетки $h_1=0.5$ построить каркас приближённого решения уравнения (1) с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$, пользуясь какой-либо квадратурной формулой замкнутого типа и применяя сгущающиеся расчётные сетки для обеспечения

заданной точности. На основе полученного каркаса записать приближённое решение в виде непрерывной функции и с её помощью вычислить приближённые значения $x(1/e)$ и $x(\pi/2)$.

2. Применяя квадратурную формулу прямоугольников на отрезке $[1,2]$ с шагом $h_2=0.2$, найти каркас приближённого решения уравнения (2) с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Представить полученное дискретное решение интерполяционным многочленом третьей степени, построенным по первым четырём узлам заданной сетки, и, пользуясь этим приближённо $x(e^2/5)$ и $x(\pi^2/9)$.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература:

1. **Денежкина, И. Е.** Методические указания к лабораторным работам по дисциплине "Численные методы" / И. Е. Денежкина. - Москва : Финансовая академия, 2004. - 22 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/497494> - Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
2. **Пантелеев, А. В.** Численные методы. Практикум: учебное пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 512 с. -(Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012333-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1028969> - Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
3. **Шевченко, А. С.** Лабораторный практикум по численным методам: практикум / А.С. Шевченко. - Москва: ИНФРА-М, 2018. - 199 с. (Высшее образование).- ISBN 978-5-16-106606-5.- URL: <https://znanium.com/catalog/product/966104> - Режим доступа: по подписке.- Текст: электронный.
4. **Жукова, Г. С.** Дифференциальные уравнения : учебник / Г. С. Жукова. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 504 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015970-6. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072180> - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.
5. **Коган, Е. А.** Обыкновенные дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебное пособие / Е. А. Коган. - Москва: ИНФРА-М, 2020. - 293 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015817-4. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1058922> - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

8.2. Дополнительная литература:

1. Белов, Ю.Я. Аппроксимация и корректность краевых задач для дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Я. Белов, Р. В. Сорокин, И. В. Фроленков. - Красноярск: СФУ, 2012. - 172 с. - ISBN 978-5-7638-2499-5. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/491959> - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.
2. Егоров, А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple : учебное пособие / А. И. Егоров. - Москва : СОЛОН-Пресс, 2020. - 392 с. - ISBN 978-5-91359-205-7. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1858784> - Режим доступа: по подписке. - Текст: электронный.

3. Жукова, Г. С. Дифференциальные уравнения в примерах и задачах: учебное пособие / Г. С. Жукова. - Москва: ИНФРА-М, 2021. - 348 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-015971-3. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1072182> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
4. Ледовская, Е. В. Решение дифференциальных уравнений I порядка и некоторых видов дифференциальных уравнений старшего порядка : методические указания к типовому расчету / Е. В. Ледовская, Н. Б. Махова. - Москва : МГАВТ, 2007. - 2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/401063> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
5. Ефремова, Н. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений : учебно-методическое пособие к практическим занятиям по математике / Н. А. Ефремова. - Москва : РУТ (МИИТ), 2018. - 20 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1896884> – Режим доступа: по подписке. - Текст : электронный.
6. **Осадчий, Ю. М.** Дифференциальные уравнения: учебное пособие / Ю.М. Осадчий. - Москва: ИНФРА-М, 2019. - 157 с. - ISBN 978-5-16-107965-2. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1039633> – Режим доступа: по подписке. – Текст: электронный.
7. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. — Москва: ИНФРА-М, 2019. — 432 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011973-1. - - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010761> – Режим доступа: по подписке.– Текст: электронный.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум». Договор № 249 эбс от 14.05.2025 г.	от 14.05.2025г. до 14.05.2026г.

	Электронный адрес: https://znanium.com	
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 10 от 11.02.2025 г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 11.02.2025г. до 11.02.2026г.
2025-2026 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22.02.2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2025-2026 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY FineReader (Лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРПИ Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная
- Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 25.01.2023 г. по 03.03.2025 г.
- Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г.
-

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» - <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>
3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.

5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window/edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ в КЧГУ](#)», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

11. Лист регистрации изменений

В рабочей программе внесены следующие изменения:

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО
<p>Переутверждена ОПВО. Обновлены: учебный план, календарный учебный график, РПД, РПП, программы ГИА, воспитания, календарный план воспитательной работы. Обновлены договоры: 1. На антивирус Касперского. (Договор №56/2023 от 25 января 2023г.). Действует до 03.03.2025г. 2. На антивирус Касперского. (Договор № 0379400000325000001/1 от 28.02.2025г. Действует по 07.03.2027г. 3. Договор № 10 от 11.02.2025г. эбс «Лань». Действует по 11.02.2026г. 4. Договор № 238 эбс ООО «Знаниум» от 23.04.2024г. Действует до 11 мая 2025г. Договор № 249-эбс ООО «Знаниум» от 14.05.2025г. Действует до 14.05.2026г.</p>	<p>29.04.2025г., протокол № 8</p>	<p>30.04.2025г., протокол № 8</p>